

**Généralisation non-commutative de résultats  
probabilistes issus de la théorie des représentations**

*Pierre Tarago*

Le sujet de cette thèse est la généralisation non-

Produit en couronne libre: Le produit en couronne libre est une construction algébrique due à Bichon [4] qui associe un groupe quantique compact à un sous-groupe quantique du groupe symétrique libre pour créer un nouveau groupe quantique, d'une manière analogue au produit en couronne classique. Alors que la mesure de Haar d'un produit en couronne classique a une expression simple en fonction des mesures de Haar des groupes initiaux, il n'y a dans le cas libre aucun moyen d'obtenir une formulation explicite de l'état de Haar. Banica et Bichon [1] ont conjecturé que la loi du caractère fondamental d'un produit en couronne libre est dans certains cas la convolution multiplicative libre des lois de caractère des groupes quantiques initiaux.

La deuxième partie de la thèse est consacrée à une étude plus approfondie du produit en couronne libre. Dans un premier temps, nous décrivons les entrelaceurs des représentations dans le cas particulier d'un produit en couronne libre avec le groupe symétrique libre: cette description permet également d'obtenir plusieurs résultats probabilistes. Dans un deuxième temps, nous établissons un lien entre le produit en couronne libre et les algèbres planaires: ce lien mène une preuve de la conjecture de Banica et Bichon précitée.

Frontière de Martin du graph Z: Le graphe de Young est un graphe qui encode la structure multiplicative de l'anneau des fonctions symétriques dans la base de Schur [11, 12, 9]. Cet anneau, également défini comme l'anneau commutatif universel engendré par un nombre infini et dénombrable de variables, joue un rôle important dans la théorie des représentations du groupe symétrique et du groupe unitaire. En retirant la condition de commutativité de cet anneau, on obtient un nouvel anneau non-commutatif qui a été introduit [7] comme l'anneau des fonctions symétriques non-commutatives. Un résultat fondamental est qu'on peut associer à cet anneau non-commutatif un anneau commutatif, l'anneau des fonctions quasi-symétriques, qui présente une structure combinatoire similaire à celle de l'anneau des fonctions symétriques. L'anneau des fonctions quasi-symétriques possède ainsi une base semblable à la base de Schur, la base des fonctions fondamentales quasi-symétriques.

Dans la troisième partie de la thèse, nous étudions un analogue du graphe de Young qui encode la structure multiplicative de la base des fonctions quasi

## Références:

- [1] Teodor Banica and Julien Bichon. Free product formulae for quantum permutation groups. *Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu*, 6(03):381–414, 2007.
- [2] Teodor Banica, Stephen Curran, and Roland Speicher. Stochastic aspects of easy quantum groups. *Probability theory and related fields*, 149(3-4):435–462, 2011.
- [3] Teodor Banica and Roland Speicher. Liberation of orthogonal lie groups. *Advances in Mathematics*, 222(4):1461–1501, 2009.
- [4] Julien Bichon. Free wreath product by the quantum permutation group. *Algebras and representation theory*, 7(4):343–362, 2004.
- [5] Benoît Collins. Moments and cumulants of polynomial random variables on unitary groups, the itzykson-zuber integral, and free probability. *International Mathematics Research Notices*, 2003(17):953–982, 2003.
- [6] Persi Diaconis and Mehrdad Shahshahani. On the eigenvalues of random matrices. *Journal of Applied Probability*, pages 49–62, 1994.
- [7] Israel Gelfand, Daniel Krob, Alain Lascoux, Bernard Leclerc, Vladimir S Retakh, and J-Y Thibon. Noncommutative symmetric functions. arXiv preprint hep-th/9407124, 1994.
- [8] Alexander Gnedin and Grigori Olshanski. Coherent permutations with descent statistic and the boundary problem for the graph of zigzag diagrams. *International Mathematics Research Notices*, 2006:51968, 2006.
- [9] Sergei Kerov. The boundary of young lattice and random young tableaux. *DIMACS Ser. Discr. Math. Theor. Comp. Sci*, 24:133–158, 1996.
- [10] Sven Raum and Moritz Weber. The M